2009 年 10 月 15 日

現実論としての数学を

ゼノン→デカルト→ガウス→ヒルベルトにおける限界

JOMON あかでみぃ　山田　学Ⓒ

特殊な世界学

認識には〈感覚／表象／概念／目的・意志／言語規範・記号規範／道徳／組織規範／法律／条約〉があります。そのうち〈表象／概念〉には〈かずと量と図形の表象・概念〉も含まれます。今までの数学はまだ〈かずと量と図形の区別と連関〉、〈架空のかずや量や図形と現実のかずや量や図形の区別と連関〉、〈認識対象における図形と図形形式の表現の区別と連関〉、〈調査・計測と予想・推測と実験・実践の区別と連関〉、これらを明確に規定していません。論理化が不足しているということです。

16 世紀からの五百年間において英語と数式が発達・世界化しましたが、これからはそれに対抗し、たとえば日本語の論理化と日本語的な数式や IT 記号も必要です。

数学は宇宙ないし太陽系の理解と地球表面の理解と人間社会の経営の発達とともに発達してきました。

あるいは、現代社会の資産増殖への執着を土台とし現代数学は形式主義や機能主義 (広義の「計算」機能に注目しやすい)　の状態にあるのではないでしょうか。

本論は、広義の「計算」機能や「計算」可能性 (「集合」と「写像」)　へのとらわれから解脱します。

本論は、数学の特殊性と本質をより普遍的な〈現実論の世界学〉(文献 25 のうち「対象と言語」)　から考える、もうひとつの数学基礎論であります。日本語にて書きます。

数学は特殊な世界学であり世界のうち〈かずと量と図形〉についての学問です。

かずと量と図形

実体の集りにはかずがあります。かずは実体の集りぐあい (実体における関係) です。

かずはまず、1 個、2 個、3 個、4 個、5 個などです。

実体の集りがない場合、かず (実体の集りぐあい) は 0 個です。

今までの数学の数（すう）の概念と区別するため、かずとひらがな表記します。

また、実体の集りにおいて順序を考えることもあります。そして順序を順番として規定することがあります。順番は実体の集りにおける順序を順序という関係のうちの集りぐあい (関係のうちのかず) として規定します。1 番 (1 個目の実体)、2 番 (2 個目の実体)、3 番 (3 個目の実体) など。

世界は〈体内の動的存在／体内の静的存在／関係／動的属性／静的属性／実体〉の統一です。(文献 25 のうち「対象と言語」参照)
このうち静的属性はすなわち質です。
そして量は、質 (静的属性) と連関している存在です。
量は、質 (静的属性) における関係です。
存在には、類と部分と個があり、質 (静的属性) という存在にも、質 (静的属性) の類と部分と個があります。
部分の特殊性や個の特殊面や個の個性 (詳しくは「対象と言語」参照) に着目し、質 (静的属性) の部分の特殊性や個の特殊面や個の個性に着目します。質 (静的属性) におけるこの関係が、すなわち、量です。
量は、質 (静的属性) の部分の特殊性や個の特殊面や個の個性です。
たとえば「長さ」という量があります。
「長さ」という量は、「長い」という質 (静的属性) の部分の特殊性や個の特殊面や個の個性です。
地球の公転軌道 1 周は長い。
地球の直径は長い。
日本列島は長い。
新幹線の連結車両は長い。
なぎなたは長い。
この鉛筆は長い。
カマキリは長い。
DNA の二重らせんは長い。
世界には「長い」という類があります。
「長い」という類のうち、たとえば「人間の視覚健常者が人工衛星や地図や顕微鏡などの道具なしに視覚できる」、「長い」の部分があります。新幹線の連結車両、なぎなた、この鉛筆、カマキリの「長い」。
「長い」のそういう部分のうち、「長い」の個があります。この鉛筆の「長い」。
「長い」の部分の特殊性。新幹線の連結車両、なぎなた、この鉛筆、カマキリの「長い」のみに普遍する、たとえば日本列島、DNA の二重らせんの「長い」に普遍しない、特殊な性格。それは「人間の視覚健常者が人工衛星や地図

や顕微鏡などの道具なしに視覚できる」という性格であり、それがすなわち、そういう「長さ」という量です。

「長い」の個の特殊面。この鉛筆の「長い」にも、「人間の視覚健常者が (以下同じ)」という性格があるという面。それがすなわち、この鉛筆の「長さ」という量です。(特殊面たる量)

「長い」の個の個性。「長い」という類にも普遍しない、「長い」の部分にも普遍しない、この鉛筆の「長い」の個の性格。それがすなわち、この鉛筆の「長さ」という量です。(個性たる量)

量 (静的属性における関係) は本来、かず (実体における関係) と区別される存在です。

量とかずを人間がどう連関させているかについては、後述します。

なお、今までの数学は、量をかず的に封じ込めようとしているのかもしれません。

図形は視覚的な関係を抽象した実体です。関係抽象実体です。

図形にはたとえば点のかず・辺のかず・面のかずなどがあります。

図形にはたとえば長さ・角度・面積・体積などの量があります。

かずは実体における関係であり量は静的属性における関係であり図形は関係抽象実体です。

すなわち、かずや量や図形は世界のうち特殊な存在でありかずと量と図形は区別される存在です。それにもかかわらず、数学史においてかずと量と図形の実にさまざまな連関が研究されてきたこともあり、かずと量と図形を広義の「計算」可能性 (「集合」と「写像」) において一体化しようと試み、無理をしているのが今までの数学です。

まず、世界のうちにおいて特殊な〈かずと量と図形〉の区別と連関を規定するべきです。

また、かず (実体における関係) や量 (静的属性における関係) や図形 (関係抽象実体) をどのように表象・概念しているかは諸言語人においてそれぞれ特殊性があるかもしれません。

かず量と量的かず

人間は量をどのように認識してきたか。

たとえば「長さ」という量をどのように認識してきたか。

「長さ」という量は、「長い」という質 (静的属性) の部分の特殊性や個の特殊面や個の個性です。

部分の特殊性や個の特殊面は感覚により比較し表象できます。(「長さ」に

対する感覚は視覚とは限りません。たとえばまったくの暗闇において、手さぐり、すなわち触覚により比較し表象することもできます。)

比較により質の部分をたとえば「長い」の部分をさらなる小部分に分け小部分の特殊性すなわち量をたとえば「長さ」を等級として概念する。小部分への分け方ないし等級の設け方は生活と生産の必要によります。質の小部分に属する質の個の特殊面、たとえば「長い」のある小部分に属するこの鉛筆の「長い」の特殊面は、「長い」の小部分の特殊性すなわち「長さ」のこの等級として概念されます。そして質の個の個性、たとえばこの鉛筆の「長い」の個性、すなわちこの鉛筆の個性たる「長さ」が感覚・表象されます。

人間社会はしだいに、さまざまな質について、小部分への分け方ないし等級の設け方を共有してきました。その時その時の個人や協会として独自の、小部分への分け方ないし等級の設け方が、依然として許されるとしても、公会として学問・規範・芸術や生産を発達させるためです。

さらに、質のある小部分に属する質の典型的な個と、同質のとなりの小部分に属する質の典型的な個について、間隔というものを考える。同質のすべての小部分について、間隔をそろえることも発達してきました。すなわち量のすべての等級について、量の単位というものを考える、ということが発達してきました。たとえば「長い」のすべての小部分について、間隔をそろえ、すなわち「長さ」のすべての等級について、「長さ」の単位を考える、ということが発達してきました。

単位を考える量において、人間は量にかずを連関させるようになりました。

量のうち質の部分の特殊性や個の特殊面に単位という関係実体 (関係の実体化) の集りぐあいすなわち単位のかずを連関させる。量のすべての等級を単位のかずとして概念する。たとえば「長さ」のすべての等級を「長さ」の単位のかずとして概念する。この鉛筆の「長さ」の等級をたとえば「長さ」の単位 cm のかずとして概念する。この鉛筆の「長さ」を 15cm として概念する。ただし、この鉛筆の「長い」の個性たる「長さ」は、単位 cm より微細な個性として、依然として感覚・表象されます。

単位のかずとして論理的に概念する量をかず量と呼ぶことにします。量にかずを浸透させる、かず的な量です。

質の個の個性まで含めれば量は連続です。量のうち質の部分の特殊性や個の特殊面すなわち量の不連続な等級をかず量としてすなわち単位の集りぐあいとして概念する。量を主体的に感覚・表象するのみでなく客観的な計測も介しかず量として概念する。量のこういう認識がとくに近代物理学以降において発達してきています。

一方、多いかずをかずの多さとして把握することがあります。これを量的かずと呼びます。量的かずは多いかずをかずの多さという量として表象・概念したかずです。かずの量化です。

たとえば世界の人口の変化を考える場合、億人という人間のかずの多さの概算単位を設け、「50.2 億人から 63.8 億人へ」というように把握することがあります。

分数には次の場合があります。かずの比較。かず量の比較。量的かずの比較。かず量 (単位を分母のかずにて分割した小単位によるかず量)。量的かず (概算単位を分母のかずにて分割した小概算単位による量的かず)。

小数には次の場合があります。かず量 (単位を n 進法にて分割した小単位によるかず量)。量的かず (概算単位を n 進法にて分割した小概算単位による量的かず)。

数式はかずあるいは量的かずあるいはかず量の関係についての認識の数字と記号による表現です。

ただし、数式に表現された認識の適用範囲というものを考える必要もあります。

$$5 \div 2 = 2.5$$

これが真理でない場合があります。たとえば生活者 5 人を 2 組に分ける場合 2.5 人ずつ(?)と考えると死者を出す事態になるかもしれません。

なお、数式などにおいて対象認識の抽象性を正しく簡潔に表現する記号規範を工夫することが数学・物理学その他における判断・推論を早くします。学問推進における表現論です。

向きをともなうかずないしかず量があります。(かずないしかず量は、かずあるいは量的かずあるいはかず量の略記です。) たとえば、

ある多さより多いか？少いか？
ある時刻より未来か？過去か？
地球のある経線より東か？西か？
ある長さより長いか？短いか？
ある重さより重いか？軽いか？
陽子数が電子数より多いか？少いか？

生活と生産の必要にあわせてどちらか一方の向きを正 (+(プラス)) の向きとし他方の向きを負 (−(マイナス)) の向きとし正 (+) のかずないしかず量と負 (−) のかずない

しかず量を考えます。

たとえばある地点より東への距離を+のかず量とし西への距離を−のかず量とします。

東への速さを+のかず量とし西への速さを−のかず量とします。

ある時刻より未来への時間を+のかず量とし過去への時間を−のかず量とします。

+8Km (東へ 8Km) にいるのは+4Km/時 (東へ 4Km/時の速さ) の場合+2 時間 (2 時間後)。

$+8 ＝(+4)×(+2)$

+8Km (東へ 8Km) にいるのは−4Km/時 (西へ 4Km/時の速さ) の場合−2 時間 (2 時間前)。

$+8 ＝(−4)×(−2)$

この例のように負 (−) のかずないしかず量と負 (−) のかずないしかず量をかけると正 (+) のかずないしかず量である場合が多いです。(今までの数学はこれを計算法則としています。)

ベクトルは 3 次元の方向をともなうかずないしかず量です。

ベクトルの 3 次元の方向を矢印の方向としてベクトルのかずないしかず量を矢印の長さとして表す矢印 (＝線的グラフ) をよく用います。(グラフとは何かについては後述します。)

以上のように〈かずと量と図形〉の区別と連関を規定し、さらに〈生活と世界〉について反省があってこそ、無限などの問題を解決していけます。

生活と世界

世界の未来をできる限り正しく予想する。

世界の未来に対してできる限り健康平和に意図する。

世界の未来に対して必要ならば一定の仮定をし実験する。

正しい予想と健康平和な意図。

これが健康平和のため現実論の学問を創出し使用するということです。

人間による認識は世界の各分野の現象・構造・本質に対して未知あるいは架空論を有している部分があります。そういう認識のままに感覚的にか表象的にか概念的にか世界の問題部分に対して予想し予想の正否を実験ないしは実践により確認します。そうしてしだいに未知を既知にし架空論を現実論に再編していきます。現実論は予想実験により発達させます。

生活している人間はそれぞれ自分の体内と認識があります。

たとえば日本語人なら、その幕開けは今から二万年以上前とする説 (文献 21)

もある、環日本海諸語人の伝統を追想したいものです。

人間社会の生産においては労働と休養の時間と空間があります。学問や規範や芸術においては認識対象の時間と空間があります。

世界には時間と空間があります。世界は時間と空間の統一です。

時間には過去と現在と未来があります。

世界の過去は追想ないし予想ないし空想ないし仮定します。

世界の未来は予想ないし空想ないし仮定ないし意図します。

世界の現在は確認ないし予想ないし空想ないし仮定ないし意志します。

時間には時期ないし時刻があります。時間は各時期ないし各時刻のまとまりです。

世界の各時期ないし各時刻において空間があります。

空間には位置があります。空間は各位置のまとまりです。

時間は相対的です。空間は相対的です。

時間はたとえば地球の自転や月の公転や地球の公転など実用の基準運動を設定して計測します。そして時間は実用の精度において計測します。時間は基準運動や精度が変化して相対的です。時間には過去・現在・未来があり、時期ないし時刻があります。時期ないし時刻は実用の時間単位を介して不連続です。

世界の各時期ないし各時刻において空間があります。空間はたとえば大地や太陽など実用の基準物質と 3 次元の方向を設定して計測します。そして空間は実用の精度において計測します。空間は基準物質や 3 次元の方向や精度が変化して相対的です。空間には位置があります。位置は実用の 3 次元距離あるいは角度単位を介して不連続です。

世界は時間と空間の統一です。1 次元の時期ないし時刻と 3 次元の位置の統一です。そして過去から現在、現在から未来へ、歴史があります。歴史には過程があり、歴史は各過程の統一です。歴史における各過程にはそれぞれ、生成があり発展があり消滅があります。過程の発展はすなわち運動です。歴史はすなわち主体度を変化させて物理的進化であり生理的進化であり認識発達 (伝統と創造) です。

地球表面において生物系 (のちに人間社会を含む)　が進化してきた、進化していくのは、必然でありましょう。ただし、その進化の細かい因果構造については謙虚に未解明であるとしておきましょう。

座標系というものについて明確にしておきます。①時間計測において設定する実用の基準運動と精度、すなわち時間計測の前提。②空間計測において設定する実用の基準物質と 3 次元の方向と精度、すなわち空間計測の前提。①と②の統一を座標系と呼んでいます。座標系は時間空間計測の前提です。

いかなる真理らしい認識も認識対象としてその適用範囲というものがありま

す。その認識は対象の適用範囲から逸脱しなければ絶対的真理であり適用範囲から逸脱すると逸脱した部分において誤謬となります。一般に真理らしい認識はすべて「どちらかと言えば真理である。」という相対的真理です。

たとえば物理認識について確認しておきます。

時間空間計測の前提たる座標系における物理認識は認識対象としてその適用範囲というものがあるとともに計測前提として適用座標系というものがあります。その物理認識は対象の適用範囲および計測の適用座標系から逸脱しなければ絶対的真理であり適用範囲または適用座標系から逸脱すると逸脱した部分において誤謬となります。

たとえばこの数十億年間の太陽系や地球表面における物理的進化をたとえば 1 秒や 1m の精度において反省することが物理学の基礎的な課題ではないでしょうか。

地球表面における鉱物の流転と結晶を土台として H_2O 分子団と諸タンパク質と細胞膜の進化があります。それがすなわち生物系でありましょう。

〈地球表面の物理的進化／生物系の生理的進化／人間社会の認識発達／個人の発生と成長〉における流転と結晶がありそこに立体模様と色彩の時間変化があります。

無限と無数あるいは無効数

本論においてわたくしが提唱する現実論としての数学は無限を次のように規定します。すなわち、

実用無限 (実用の無限)　は限りを超えた量であり、その時その時の健康平和な生活と生産の必要において限りを超えて悠壮(ゆうそう)な量あるいは限りを超えて微細な量です。実用悠壮無限と実用微細無限です。(悠壮は悠久と壮大などを組みあわせた造語です。)

実用無限でない無限については後述します。また、現実論としての数学は無数(むすう)あるいは無効数(むこうすう)を次のように規定します。すなわち、

実用無数 (実用の無数)　は限りを超えたかずであり、その時その時の健康平和な生活と生産の必要において限りを超えて多いかずです。

実用無効数は限りを超えた量的かず (かずの量化)　であり、その時その時の健康平和な生活と生産の必要において限りを超えて概算単位より少いかずです。

実用無数でない無数については後述します。
実用無効数でない本来無効数 (かず) は 0 個です。
かず量にはその時その時の健康平和な生活と生産の必要において実用精度 (実用の精度) ひいては実用単位 (実用の単位) があります。

実用悠壮無限 (限りを超えて悠壮な量) はその時の普通精度 1 単位に対し∞(むすう)単位のかず量です。実用微細無限 (限りを超えて微細な量) はその時の普通精度 1 単位に対し 0 単位のかず量です。
その時の普通精度に対しその時の悠壮精度と微細精度も考えます。
実用悠壮無限はその時の悠壮精度 1 単位に対し∞(むすう)単位でないかず量です。実用微細無限はその時の微細精度 1 単位に対し 0 単位でないかず量です。

量的かずにはその時その時の健康平和な生活と生産の必要において実用概算単位 (実用の概算単位) があります。

実用無数 (限りを超えて多いかず) はその時の普通精度 1 概算単位に対し∞(むすう)概算単位の量的かずです。実用無効数 (限りを超えて概算単位より少いかず) はその時の普通精度 1 概算単位に対し 0 概算単位の量的かずです。
実用無数はその時の悠壮精度 1 概算単位に対し∞(むすう)概算単位でない量的かずです。実用無効数はその時の微細精度 1 概算単位に対し 0 概算単位でない量的かずです。

物体運動

物体運動というものの本質は、有ると無いの両面性の論理です。
物体運動というものの論理を、生活や生産に必要な、現実論として把握するなら、運動する物体の時刻と位置について、計測の精度の二重性が必要です。
生活や生産の必要にあわせ、まず、物体の存在を把握するための、計測の普通精度を適正に設定します。着目する運動する物体を「ぶ」と呼びましょう。「ぶ」は、今というひとつの時刻 (普通精度) において、ここというひとつの位置 (普通精度) において、運動しています。
生活や生産の必要にあわせ、次に、物体の運動を把握するための、計測の微細精度を適正に設定します。先の普通精度においては、今というひとつの時刻に、時間の幅はなく、ここというひとつの位置に、3 次元の距離の幅はありません。しかし、あとの微細精度においては、今というひとつの時刻に、時間の幅があり、ここというひとつの位置に、3 次元の距離の幅があります。
「ぶ」が、今というひとつの時刻において、ここというひとつの位置におい

て、運動しているとは、あとの微細精度の論理において、どういうことか。
微細精度において、今のうちの始りの時刻において、ここという 3 次元の領域において、「ぶ」が、どちらかと言えば、有る。とともに、今のうちの終りの時刻において、ここという 3 次元の領域において、「ぶ」が、どちらかと言えば、無い。
普通精度と微細精度をまとめると、「ぶ」は、今、ここに、有る、とともに、無い。
このように、物体運動というものの本質は、有ると無いの両面性の論理です。
なお、静止している物体に着目して「せぶ」と呼びましょう。「せぶ」は、今、ここに、有る、とともに、有る。このように、物体静止というものの本質は、有るの不変性の論理です。

逃避

変化というもの、運動というものには、両面性の論理があります。
古代ギリシャのゼノンは、両面性の論理のうちの、片面のみの認識に絶対に執着する、非現実的な、非生活的な論法を、「発明」しました。

足がとても速い英雄アキレスは、足がとても遅い亀に、永遠に、追いつかない。

このおかしい主張を、ゼノンは、どう「論証」したのでしょうか。

アキレスが、亀の今の位置に達するであろうことは、認めよう。しかし、そのあいだに亀も、前へ進む。アキレスは亀に、まだ追いつかない。
アキレスが、亀の新しい位置に達するであろうことは、認めよう。しかし、そのあいだに亀も、前へ進む。アキレスは亀に、まだ追いつかない。
アキレスが、亀のまた新しい位置に達するであろうことは、認めよう。しかし、そのあいだに亀も、前へ進む。アキレスは亀に、まだ追いつかない。
………。
いくらくりかえしたところで、同じである。
したがって、アキレスは亀に、永遠に、追いつかない。

アキレスが亀を追い抜く過程という、現実の思考対象に対し、ゼノン論法による人間の思考は、どのように誤りとなっているか。
現実の思考対象と、ゼノン的思考の比較は、事実的には、簡単です。
アキレスが秒速 10m、亀が秒速 1m とし、アキレスが 0m 地点から、亀がそ

の前方の 90m 地点から、出発するとしましょう。アキレスは亀に、1 秒あたり 10m － 1m ＝ 9m ずつ近づき、出発時の差 90m をなくすには、90m÷ 毎秒 9m ＝ 10 秒でよい。そのとき、亀は、90m ＋毎秒 1m×10 秒＝ 100m 地点にいる。アキレスも、同じ地点にいる。

次に、ゼノン論法において、アキレスが亀の今の位置に、アキレスが亀の新しい位置に、アキレスが亀のまた新しい位置に、……、とくりかえしているとき、その位置は具体的に、亀の速さがアキレスの速さの 0.1 倍ですから、簡単な計算により、90m、99m、99.9m、……、と 0.1 倍ずつの追加が、くりかえされる。なるほど、いくらくりかえしたところで、アキレスが亀に現実に追いつく、100m 地点未満のことです。

アキレスが亀を追い抜く過程には、両面があります。

アキレスといえども亀にまだ追いついていない面 (100m 地点未満の過程) があります。とともに、アキレスが亀をすでに追い抜いた面 (100m 地点を超えた過程) があります。

しかし、ゼノンは、この両面のうち、アキレスが亀にまだ追いついていない片面のみに、執着し、アキレスが亀をすでに追い抜いた反面からは、逃避しました。そういう、非現実的な、非生活的な論法を、「発明」しました。

ゼノンの「論証」の最後の部分、「したがって、アキレスは亀に、永遠に、追いつかない。」は、明らかに誤りです。

アキレスが亀に現実に追いつくのは、10 秒後です。ゼノン論法において、アキレスが亀の今の位置に、アキレスが亀の新しい位置に、アキレスが亀のまた新しい位置に、……、とくりかえしているとき、その時刻は具体的に、簡単な計算により、9 秒、9.9 秒、9.99 秒、……、と 0.1 倍ずつの追加が、くりかえされる。いくらくりかえしたところで、たった 10 秒未満のことです。

現実の思考対象は、ゼノンが全過程の片面のみに執着したため、たった 10 秒未満です。とともに、ゼノン論法による人間の思考時間のみは、ふしだらに長くできるかのような、「永遠に」思考し続けられるかのような、そういう論法を、ゼノンは「発明」しました。

現代思想が、人間社会を一定の枠にはめたい、というより、大切な問題を先送りにしがちであることと、無関係でありません。

ゼノン論法は、どこまでも微細な計測が可能であるとする、夢想の計測論を採用したのと、同じことになっています。

しかし、時間の最小単位や距離の最小単位は、人間の生活や生産の必要により、適正に設定するべきものであります。

現実の思考対象は、時間が経つと、アキレスといえども亀にまだ追いついていない片面から、アキレスが亀をすでに追い抜いた反面へ、転化します。量質

転化という論理です。量 (時間) の変化につれ、質 (アキレスと亀の前後関係) が変化する、ということです。

現実の変化・運動・量質転化・必然から、思考において逃避する「自由」も、人間にはありますが、それが健康であり、平和であるとは、言えません。

「アキレスは亀に、永遠に、追いつかない。」のではなく、「ゼノンが、アキレスといえども亀にまだ追いついていない片面のみに、ほんのわずかな時間の現実のみに、思考において、永遠に、執着しようとしている。」のです。

ところで、今までの数学はまだ、古代ギリシャのゼノンを超えていません。ここに現代数学が現実の世界から逃避したことを明言する数学教養解説があります。(文献 8 p136 より)

> … 数学をあらゆる自然科学から解放して，それに運命的な転換をなさしめたのがヒルベルト (Hilbert, 1862 − 1943) であった。
>
> 彼によれば, 数学は, 現象世界との対応におけるその真理性を追求するものではない。それはただ, 単に‘矛盾を生じない’という条件のみを要求された‘仮定’から形式的に結論を導いてゆく‘抽象理論’の建設をもってその責務とし, それ以外にはなんらの目的をも持たないものであるという。
>
> 一言にしていえば, ‘公理’‘公準’はなんら‘真理’である必要はなく，単なる‘仮定’で十分だというのである。

現代数学の権威とされるヒルベルトは、残念ながら、生活の立場の矛盾の解決から逃げました。

なお、物理学において今なお権威的な「時間と空間の混同論」のわたくしによる批判は、文献 25 のうち「物理学再考」を参照してください。

執着無限・執着無数・執着平行

執着無限はもう限りを超えたという判定を病的戦争に許さない架空の量です。悠壮においてもう限りを超えたを病的戦争に許さない執着悠壮無限あるいは微細においてもう限りを超えたを病的戦争に許さない執着微細無限です。

執着無数はもう限りを超えたという判定を病的戦争に許さない架空の多いかずです。

次に、図形のうち平行直線の執着平行と実用平行について考えます。

たとえば平面図形なら単純化した点・直線・平行直線・直交直線・直角三角形・二等辺三角形・正多角形・円など単純化した図形について諸関係を研究する図形論が古代からありました。

そしてたとえば古代ギリシャ人は、かず量でなく、(0 個以外の) かずの比 (かずの比較) を理性的と考えました。しかし、単純化した正方形の一辺の長さを、かず量でなく、「かず 1 個と」考えたら、その正方形の対角線の長さを、かず量でなく、「かずの比 (すなわち分数／何個対何個) として」規定することが、無理であると、わかりました。単純化した円の直径の長さを、かず量でなく、「かず 1 個と」考えたら、その円の円周の長さを、かず量でなく、「かずの比 (すなわち分数／何個対何個) として」規定することが、無理であると、わかりました。すなわち、かずの比は、世界の本質ではない、ということです。ちなみに、今までの数学において、「整数の比 (すなわち分数、ただし分母は 0 でない) として」規定できる実数 (＝有理数) 以外の実数を無理数と呼んでいます。

古代ギリシャ人はかずとかず量と量 (ここでは長さ) と図形の区別と連関が未解明のまま、かずの比を理性的と考え、

かず 1 個＝長さのかず量 1.000000……(執着微細無限)

と無自覚に混同したのであります。

そして平行直線はほんとうにほんとうに交らないのか？

こう病的戦争に問い続ける思考も数学史においてありました。

執着平行は長さの執着悠壮無限において平行直線が交るという判定を病的戦争に許さない架空の図形です。

実用平行はこうです。

長さの実用悠壮無限において平行直線は普通精度において交らないとともに悠壮精度において交ることもある。

実際、地球の経線は人間の身長を単位とする普通精度において交らない平行直線であるとともに地球の直径を単位とする悠壮精度において交る曲線です。

今までの「幾何学」は結局、長さと角度の執着微細無限における図形論でした。そのうち「ユークリッド幾何学」と分類されるものは執着平行で長さの執着悠壮無限における図形論でした。

しかし、〈現実論の世界学〉としては、たとえば現実の太陽系の動的図形や現実の地球表面の動的図形や現実の生命体における諸代謝の動的図形などを悠壮精度・普通精度・微細精度を適正に設定し時刻と位置のかず量として確認していきたいです。

方程式・数表・グラフ

方程式は未知のかずないしかず量 (の対応関係) と既知のかずないしかず量 (の対応関係) の関係を表現する数式です。

方程式の未知のかずないしかず量 (の対応関係)　をかずないしかず量の関係についての法則にもとづいて推定できることがあります。これを方程式を解くと言います。

たとえば未知のかず x について

$x^2 - 5x + 6 = 0$

という関係があれば

$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

という法則にもとづき

$(x - 2)(x - 3) = 0$

という関係がある。この場合、

$x = 2$ または $x = 3$

という法則があり、x を一般的に推定できる。

方程式を解く思考の確実さをまともに自覚しその大切さをまともに主張しはじめたのがデカルトです。デカルトはそのあたりの自覚を「われ思う。ゆえにわれあり。」という言説により強弁しました。でも、これからはもっとひろく深い情感・情念・思考も大切です。

一方、もともとはデカルトの発想に学び、〈現実の世界における動的図形に対し、座標系 (時間空間計測の前提)　を適正に設け、動的図形を時刻のかず量と位置のかず量の諸関係として方程式に表現し、方程式を解く思考 (かずないしかず量の関係についての法則を使用した推論)　により、動的図形について必要な解析をする〉ことが発達してきました。方程式推論による動的図形解析です。

さて、認識対象における図形のみでなく、図形形式の表現というものもあります。

数表は特殊な表であり、グラフは特殊な図解です。数表もグラフも、かずないしかず量の関係についての認識を表現する、という特殊性があります。

かずないしかず量の関係についての認識を数字の線的な面的な立体的な配置により表現する表が数表です。いくつかの数表の変化を数表の時間的な変化として表現する動的数表もあります。

かずないしかず量の関係についての認識を線的な面的な立体的な図形により表現する図解がグラフです。いくつかのグラフの変化をグラフの時間的な変化として表現する動的グラフもあります。

それは認識対象における図形なのか、図形形式の表現なのか、対象なのか、表現なのか、区別することが大切です。

こういうこともあります。
たとえば一般的な鉄道路線図などは現実の図形の抽象的な反映です。鉄道路線図の使用者は「どういう路線がありどういう駅がありどのように交差しておりおよそどの方向に走っているか？」を知りたい。その際、路線の現実の図形をありのままに表現するより単純化した図形を抽象して表現したほうが使用者はわかりやすい。駅名なども書き入れやすい。(路線網ないし回路網ないし曲面網として図形の同等性を抽象する「位相幾何学」の初歩)
さらに、ガウスが本格的にはじめた「複素平面」は複素数という架空のかず量の諸関係を平面図形 (の対応) として表現するグラフのための前提です。このグラフは架空の存在を反映した図形であり現実の世界における図形を反映したものではありません。表現形式としての図形 (複素数のグラフ) と認識対象 (図形でない架空のかず量) と現実の世界における図形を区別することが大切です。たとえば龍の絵を描いたからと言って龍が現実の世界に生存すると思い込むのは現実論の学問ではありません。
たとえば 4 種類以上の質の間に、かず量の対応関係がある場合もあるから、4 次元以上のかず量の組は現実に存在します。今までの数学においてこれを「4 次元以上の空間」と呼ぶこともあります。あくまでもたとえとしての「空間」であり、現実の 4 次元以上のかず量の組についても諸関係をグラフとして表現する「図形」がほしいという架空の図形論です。
たとえば執着無限や執着無数や執着平行による架空論ないし仮定論という思索に執着するのは自由ですが、それを現実論の学問と考えてはなりません。これからはこのことを自覚し現実論としての数学を自覚的に発達させていきたいものです。
架空論ないし仮定論という思索をしてもこの思索は架空論ないし仮定論なのであるという自覚があればとくに問題はありません。架空論ないし仮定論と現実論の区別と連関を自覚できないなら問題です。

架空論の効用

ただし、たとえばつるかめ算の解答は架空論の効用です。

(問題) つるとかめがいます。つるとかめの頭のかずはあわせて 15 です。つるとかめの足のかずはあわせて 52 です。さてさて、つるは何羽かめは何匹いるのでしょう？

(解答) つるもかめもいるとめんどうです。いっそのことつるしかいないと想ってみます。もしつるしかいないならつるの足は 1 羽につき 2 本ですから

頭のかずから計算すると 2 本 ×15 ＝ 30 本です。

　現実の足のかず 52 本とずれました。

　なぜずれたのか？　かめもいるからです。かめもいるのにつるしかいないと想ったからです。

　かめが 1 匹いるのにそれをつる 1 羽と想うと、かめの足は 1 匹につき 4 本なのに、それをつるの足 1 羽につき 2 本と想うから、4 本－ 2 本＝ 2 本少くずれて計算します。

　さて、あわせて何本少くずれて計算していたか？　52 本－ 30 本＝ 22 本です。

　ややや、すると、かめ 1 匹をつる 1 羽と想うと 2 本少くずれて計算するから、あわせて 22 本少くずれて計算していたということは …

　ははん。22 本 ÷2 本＝ 11　かめ 11 匹をつる 11 羽と想っていたのだ！　現実のかめは 11 匹なのだ！

　頭のかずから計算し 15 － 11 匹＝ 4 羽　現実のつるは 4 羽なのだ！

　はい。つるは 4 羽かめは 11 匹いるのです。

　「いっそのことつるしかいない」と架空論を立てると架空と現実のずれからかえって現実を推理できてしまいます。

　晴れて問題が解けました。いやはや、つるとかめがいて縁起がいい …

これを方程式で解く場合、かずないしかず量の関係についての法則から、以下のように推論します。

(解答)

「つるはツ羽かめはカ匹いる」と未知のかずを記号表現します。

頭のかずの関係　　ツ＋カ＝ 15　… ①

足のかずの関係　　2 ツ＋ 4 カ＝ 52　… ②

① ×2 の計算　　2 ツ＋ 2 カ＝ 30　… ① ×2

②－① ×2 の計算　　4 カ－ 2 カ＝ 22

すなわち　　2 カ＝ 22

カ＝ 11　… ③

③を①へ代入し　　ツ＋ 11 ＝ 15

すなわち　　ツ＝ 15 － 11 ＝ 4

つるは 4 羽かめは 11 匹いる。

この数式を観察すると、つるかめ算の場合の架空論 (かめの足は 1 匹につき 4 本なのに、それをつるの足 1 羽につき 2 本と想う) に相当する

2ツ＋2カ＝30
4カ－2カ＝22

という過程がここにもあります。ただし、法則を使用したおきまりの推論であり、記号表現により実務的であるとは言え、「架空と現実のずれからかえって現実を推理できてしまう」という思索の悦びがありません。子どもにはまず、つるかめ算の思索の悦びのほうを教えるべきです。

さて、架空論の効用と言えば、理工学において常識的であるのが、複素関数です。複素関数は複素数 (架空のかず量) の対応関係です。しかし、たとえばオイラーの公式

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$ (*e* の「虚数乗」についての無難な想定)

を活用し、2 種類の周期関数 $y = \cos\theta$ と $y = \sin\theta$ を組みあわせてまとめて扱えるとか、微分積分の計算が簡単になるとかの、効用があります。もちろん、複素数は計算の便利のためのみにあり、問題のかずないしかず量を現実の世界と照合する際は、数式のうちの実数の部分のみを照合します。

また、架空論の効用というより、物理学の中心に架空のかず量が入っている例もあります。すなわち、今までの量子力学の体系においてその基礎方程式である「シュレディンガー方程式」にある「波動関数φ(プサイ)」は複素数 (架空のかず量) の値をとります。これをどう理解したらよいか議論もありましたが、実験における計測値はもちろん、現実のかずないしかず量であり、「φの絶対値」や「φを含む方程式の固有値」などの実数を計算し、計測値と照合しています。「φ」が架空のかず量の値をとることから、これに諸宗教などの架空論を結びつけようとする思想もありますが、もちろんそれは、現実論の学問ではありません。

地球表面

地球の公転軌道 1 周の長さを普通精度の単位とすると地球の直径の長さは実用微細無限として 0 単位です。しかし、その場合の地球の直径の長さを単位とする微細精度において地球には自転運動があります。

次に、人間の身長を普通精度の単位とします。

地球表面には〈場の模様の変化〉と〈物質の運動 (速度と速度変化)〉があります。

物質は化合または水和結合 (H_2O 分子とイオンの結合) または混合していま

す。分子団・イオン団・原子団・プラズマ団・自由電子群における流転と結晶があります。

地球表面には物質が固態・液態・気態・プラズマにおいてほぼ連続してあります。そういう物質の〈ある面において区別された部分と部分の相互作用〉に着目すると物質の〈弾性・塑性・粘性・分離性〉があります。4 者を代表・綜合して物質の〈弾性〉と規定します。物質には〈弾性〉があります。狭義の弾性は一方の部分が引くと他方の部分が引きます。一方が押すと他方が押します。塑性は一方が引くと他方が引きません。一方が押すと他方が押しません。粘性は一方が引くと他方が引きます。一方が押すと他方が押しません。分離性は一方が引くと他方が引きません。一方が押すと他方が押します。

	一方の部分	他方の部分
弾性	引く	引く
	押す	押す
塑性	引く	引かない
	押す	押さない
粘性	引く	引く
	押す	押さない
分離性	引く	引かない
	押す	押す

粘性は塑性 (押す・押さない) 的な弾性 (引く・引く) です。

分離性は弾性 (押す・押す) 的な塑性 (引く・引かない) です。

今までの物理学は〈弾性〉反発 (物質の〈弾性〉による反発)　を「力」と呼んできましたがこれをそのまま〈弾性〉反発 (略するなら反発)　と呼び以下の特殊な〈弾性〉反発のみを〈力〉と呼んだほうが工業社会の主観的想念を分離できより客観的な物理学となるとわたくしは考えます。

〈力〉とは、特殊な〈弾性〉反発であり、〈人間や動物における自覚的または無自覚的な意志ないし自覚外認識による全身の運営〉の結果としての生体〈弾性〉反発である。

なお、わたくしは「万有引力」などの「遠隔力」を認めていません。(文献 25 のうち「物理学再考」参照)　「万有引力」の相互作用論は一定の範囲において有用な仮説でした。これからは、たとえば太陽の重心を原点とする座標系において太陽系空間全体について一括して理解するようにする〈場〉の概念、たと

えば地球の重心を原点とする座標系において地球表面全体について一括して理解するようにする〈場〉の概念、これらこそをめざしたいものです。

社会と数学

「0」と「1」という数字をかずを表す言語としてでなく否定「いいえ」を「0」肯定「はい」を「1」と否定肯定関係を表す記号として流用することも多くなりました。IT における 01（ぜろいち）記号です。

世界学と伝統学・認識学のあいだにおいて言語学への数学の適用は、〈音声言語・文字言語の意味に関するかずないしかず量や図形を観測・計測・統計・グラフする〉ことが未発達です。

また、たとえば日英機械翻訳のための思索課題をここに記しておきます。

①機械翻訳に耐えうる現実論としての言語学・日本語学・英語学などを新たに開拓する。
②日本民族ないし日本国として諸翻訳活動を質的量的に向上させていく。
③機械翻訳において実りある研究的実用的志向をとにかく試行錯誤する。
④機械翻訳用データベースないし情報機器を拡張していく。
⑤世界 IT 情報の整理企画を立てる。(ポスト Google)

④の機械翻訳用データベースの根幹として、将来への夢ですが、人間社会と個人における〈体内の動的存在／体内の静的存在／関係／動的属性／静的属性／実体〉の概念の発達を動的図解の〈立体模様と色彩〉として表現していきたいものです。

さて、〈貨幣→生産手段と労働力→商品→貨幣→生産手段と労働力→商品→〉を累積している生産社会の発達 (伝統と創造)　の実用悠壮無限と企業・事業という実験・実践の矛盾があります。

宇宙や自然や社会の実用無限あるいは実用無数と可能な調査・計測における矛盾があります。

これらの矛盾を解決する〈定性調査・論理化・観測・計測・統計・グラフ・予想・推測・確率・実験・実践〉についての理論がほしいものです。

たとえば商品の価格は、毎日を時間の普通精度の単位とすると、商品の販売者の供給量および商品の購入者の需要量を反映しています。それとともに、その場合の実用悠壮無限の悠壮精度において、商品の生産における労働量および貨幣の交換労働量 (貨幣をどれだけの労働量と交換できるか)　を反映しています。しかし、同じ悠壮精度においても、〈過去と未来の労働あるいは労働力の質と量〉の調査・計測・予想・推測・評価の現実論がまだ確立していないかも

しれません。

まずは自分が問題とする分野を探検し定性調査し会議 (世界認識の統一と相互修正) し思索したとえば日本語により調査・会議・思索の結果を編集していく。このように情念的思索において調査・説明・説得していく。その際、自分自身の記憶と注意と発想を刺激しやすいように諸記録を線的にではなく面的にさらに立体的にどのように配置しておくか。このあたりの総合的な方法を民族地理学者の川喜田二郎先生 (1920 ～ 2009) が創始したようです。短歌ぐらいの長さの日本語を多く面的に配置してまとめた図解が象徴的です。(文献 19、20 参照) こういう方法による健康平和事業の需要探検と供給探検を拡張していきたいものです。

次に、統計・推計を現実的な認識とするには、むしろ積極的に、〈問題分野の質的構造的多様性 (の予想) に対して偏りなくかずないしかず量の調査をする〉ことが大切です。

「無作為抽出」(偏らせる作為が無いよう抽出する) という概念がありますが、これは数学 (かずと量と図形についての特殊な世界学) 内部において規定しようとしたため、質的構造的多様性に言及しない、消極的な規定になったと考えられます。

医療・看護などのために統計学的手法を見事に創出し使用することをめざしている著作に、以下の指摘もあります。(文献 11 p137 より)

> … 無作為抽出というのは，実は大変なことで，本当は全数調査に匹敵するような研鑽があって初めて可能なほどにむずかしいことであるといえます。そしてここを無視して，統計学を使えば，知らず知らずに落ち込んでしまう，こわい落とし穴もここに隠されているのです。…

ここで数学史における正規分布という分布形式への着目について、典型例を確認しておきます。

①たとえば 1 個のさいころ振りの試行において「1」「2」「3」「4」「5」「6」の目が同じ確率で出てそれ以外はないと仮定すると、「1」か「2」の目が出る確率は$\frac{1}{3}$です。それを確認するため執着無数の回数まで試行していくとします。試行の回数 n 回が増えるにつれそのうち実際に「1」か「2」の目が出ることが x 回起る「確率密度」W (この場合は確率に等しい) を計算すると $x = \mathrm{n}\times\frac{1}{3}$の付近の x について関数 W(x) (x と W の対応関係) は正規分布と呼ばれるものへ接近していきます。これは n 回のうち x 回起る場合のかずから机上にて計算でき

ます。
②ガウスは宇宙や地球表面などについての計測において、誤差を含むであろう計測結果がある場合、その計測結果の無難な処理法を追求し、誤差 (偶然誤差) は正規分布を成すと仮定しました。
③一般の計数ないし計測について考えます。(以下、計数ないし計測を広義の計測と規定します。)

> もしもある問題についてかずないしかず量を計測し尽すことができるなら、その実用無数の回数の計測のうち、計測結果があるかずないしかず量 x である「確率密度」W について、関数 W(x)を考えると、W(x)は正規分布であろう。

この予想が統計学・推計学の根本です。(「確率密度」とは何かについて本論では説明を省略します。)
①②③のように研究分野が移行しつつ、正規分布という分布形式への着目がなされてきました。
大切なことは、それは現実の世界からの調査なのか、未来を含む現実の世界に対する予想なのか、何らかの希望を追求する実践なのか、調査と予想と実践の区別と連関を自覚することです。この論理をあいまいにしたまま、正規分布その他の分布形式やさまざまな確率について論じていると、架空論に陥ることもあります。

未来と数学

人間社会は遠い将来において世界貨幣と世界人民の血液的労働があり世界言語と世界人民の神経的認識があり労働交換と認識交換が現実論の健康平和においてなされているでしょう。人間社会における労働の交換と商品の陳列の簿記や統計がわかりやすく管理されているでありましょう。そういう人間と人間の媒介をめざしての IT でありたいものです。
これから必要なのは、世界全人民に現実論としての〈健康平和学と保健〉を提供する通信・運輸・建築と通貨 IT 制度なのです。日本語人としては〈健康平和教育と日本語教育と保健の市場〉を拡張していくべきです。
わたくしが校長である JOMON(縄文) あかでみぃは健康平和社会という目的の手段として世界学ないし数学と科学 (道徳学・経営学・政治学・伝統学・認識学・生理学・物理学) を整理・統合してまいります。
今までの数学は、キリスト教史を背景とした、たとえば執着無限や架空精度による、〈架空と現実の〉〈かずと量と図形の〉〈対象と認識と表現の〉〈調査と

予想と実践の〉混同論なのであります。残念であります。

ゼノンの片面への執着。デカルトの方程式への着目。複素数や正規分布などにおいて、ガウスのあるいは半ば無自覚な架空論ないし仮定論。ヒルベルトの矛盾の解決からの逃避。

数学史上における諸権威の具体論における実力は、もちろん、優れています。しかし、その中枢概念を反省してみれば、時代の限界ということがありましょう。

ニュートンの謙虚さは、今なお、数学や物理学にとって必要であると、わたくしは考えます。ニュートンは死の少し前、次のように述べています。(文献 6 内「サー・アイザック・ニュートン (1642 － 1727) 略伝」p4 より重引)

> わたしは世間からどのように見られているか知らないけれども, わたし自身には, ちょうど波打ち際で戯れながら, 時折普通よりもきれいな小石や美しい貝殻などを見つけては喜ぶ子供のようにしか思えない; 真理の大洋は未知のまま眼前に横たわっているのに。

本論は今までの「抽象数学」の権威に遠慮しつつ現場のさまざまな未知に対応しなくてはならない工学系の研究者の経験的な方法をむしろ正々堂々と論理化していこうという意図のもとに書かれました。

〔文献〕本論を構築するにあたり以下の文献を参照しました。

1　ヘーゲル全集『改譯大論理學 上巻の一・上巻の二』(武市健人譯・岩波書店 1956 ～ 1960)＝「第一巻 有論」まで

2 マルクス『数学手稿』(菅原　仰訳・大月書店 1973)

3 三浦つとむ『弁証法はどういう科学か』(講談社現代新書 1968)

4 G.W.F.ヘーゲル『哲学史講義 下巻』(長谷川　宏訳・河出書房新社 1993) p153 ～ 334 ＝「第三部 近代の哲学」のうち「はじめに」「第一篇 ベーコンとベーメ」「第二篇 思考する知性の時代／第一章 形而上学の時代」

5 デカルト『方法序説・情念論』(野田又夫訳・中公文庫 1974)

6　アイザック・ニュートン『プリンシピア自然哲学の数学的原理』(中野猿人訳・講談社 1977)

7 武隈良一『新数学シリーズ 15 数学史』(培風館 1959)

8 吉田洋一・赤　攝也『数学序説』(培風館 1961 改訂版)

9 吉田洋一『零の発見数学の生いたち』(岩波新書 1979 改版)

10 高田誠二『計る・測る・量るそのための七つの知恵』(講談社ブルーバックス 1981)

11　本田克也・浅野昌充・神庭純子『統計学という名の魔法の杖看護のための弁証法的統計学入門』(現代社白鳳選書 2003)

12 現代日本の小学校から高校までの算数・数学教科書 (2007 年度東京書籍版)
13 戸田盛和・広田良吾・和達三樹編『理工系の数学入門コース』全 8 巻 (岩波書店 1988 〜 9)＝大学理工系教養課程の数学教科書
14 高木貞治『数の概念』(岩波書店 1970 改版)
15 高木貞治『解析概論』(岩波書店 1983 改訂第 3 版)
16 山内恭彦『新物理学シリーズ 4 量子力学』(培風館 1968)
17 三木成夫『胎児の世界人類の生命記憶』(中公新書 1983)
18 伊勢村壽三『化学の話シリーズ 6 水の話』(培風館 1984)
19 川喜田二郎『環境と人間と文明と』(古今書院 1999)
20 川喜田二郎『KJ 法渾沌をして語らしめる』(中央公論社 1986)
21 松本克己『世界言語のなかの日本語日本語系統論の新たな地平』(三省堂 2007)
22 マルクス『資本論(一)〜(三)』(エンゲルス編・向坂逸郎訳／岩波文庫 1969)＝「第一巻 資本の生産過程」まで
以下、本論の準備となった山田　学の著です。
23 『学問の転換未来の世界を日本から』(民衆図書刊行会 1994)
JOMON あかでみぃサイト www.jomaca.join-us.jp「店頭」画面参照
24 『JOMON あかでみぃ教科書 1 縄文るねっさんすがはじまる。』第四章「二十世紀思想を卒業」
同サイト「『はじまる。』」画面参照
25 「対象と言語」「人間と通信の要点」「生物系と個人」「脱レーニン」「物理学再考」
同サイト「理念集」画面参照

※わたくしは 1968 年 4 月〜 1974 年 3 月に大学教育学部附属の中高一貫校に学びました。中学時に技術科の高校 2 年時に数学科 (微分積分など)　の教師であった TT 先生から高校 2 年時に文献 3 を紹介されました。本論はあの紹介から 37 年後、あの貴重な教育の成果でもございます。

わたくしはかつて小学生・中学生相手の算数・数学の塾教師でした。その際、わたくしの算数・数学教育の表現にさまざまな対応を示し、わたくしにさまざまなことを気づかせてくれた当時の小学生・中学生諸君に感謝します。

本論が数学の勉強競争の退者 (退かざるをえなかった者) にもうひとつの執着しない希望を贈ることができれば幸いです。